

BAB II

KONDUKSI ALIRAN STEDI – SATU DIMENSI

Dinding Datar

Persamaan kalor :

$$q = \frac{-kA}{\Delta x} (T_2 - T_1) \quad (5-1)$$

Harga konduktivitas termal diasumsikan konstan, tebal dinding Δx , dan T_1 dan T_2 adalah temperatur permukaan dinding.

Jika konduktivitas termal bervariasi karena temperatur dengan hubungan :

$$k = k_0(1 + \beta T)$$

maka:

$$q = -\frac{k_0 A}{\Delta x} \left[(T_2 - T_1) + \frac{\beta}{2} (T_2^2 - T_1^2) \right] \quad (5-2)$$

Jika lebih dari satu material, sebagaimana dinding berlapis pada gambar 1, maka :

$$q = -k_A A \frac{T_2 - T_1}{\Delta x_A} = -k_B A \frac{T_3 - T_2}{\Delta x_B} = -k_C A \frac{T_4 - T_3}{\Delta x_C}$$

maka :

$$q = \frac{T_1 - T_4}{\Delta x_A / k_A A + \Delta x_B / k_B A + \Delta x_C / k_C A} \quad (5-3)$$

Atau secara umum :

$$\text{Aliran kalor} = \frac{\text{perbedaan potensial termal}}{\text{tahanan termal}} \quad (5-4)$$

Persamaan diatas identik dengan hukum Ohm pada teori sirkuit listrik. dimana tahanan termal (R) adalah $\Delta x/kA$.

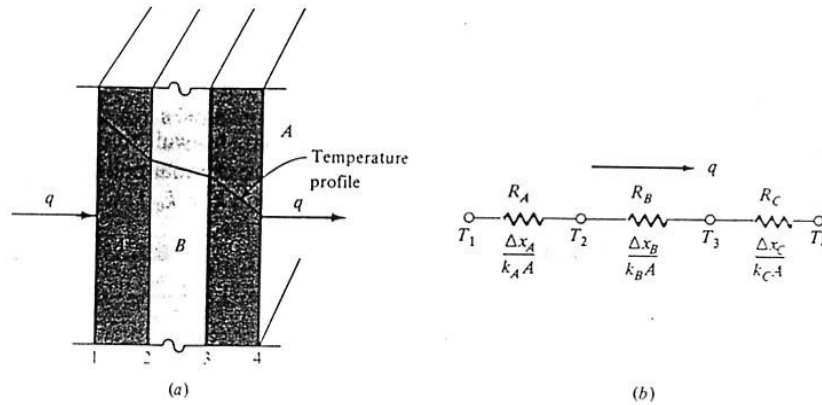


Fig. 2-1 One-dimensional heat transfer through a composite wall and electrical analog

Secara umum laju kalor ditulis :

$$q = \frac{\Delta T_{\text{keseruhan}}}{\sum R_{th}} \quad (5-5)$$

Satuan tahanan termal adalah $^{\circ}\text{C}/\text{W}$. Gambar 2 memperlihatkan contoh dinding berlapis beserta analogi listriknya.

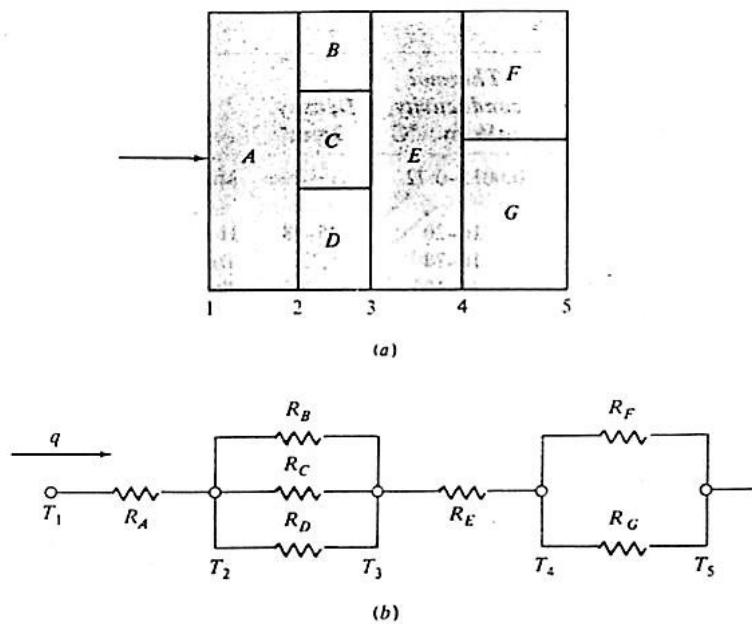


Fig. 2-2 Series and parallel one-dimensional heat transfer through a composite wall and electrical analog.

Sistem Radial – Silinder

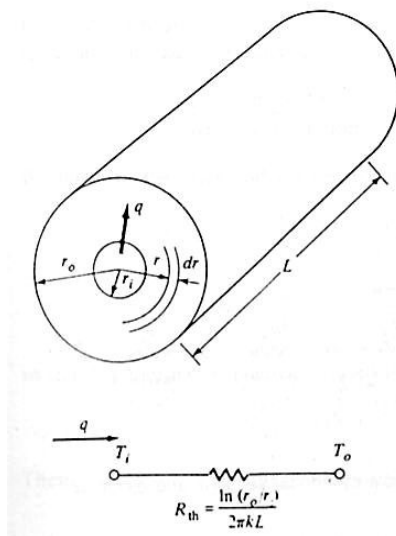


Fig. 2-3 One-dimensional heat flow through a hollow cylinder and electrical analog.

Perbedaan suhu di silinder adalah $T_i - T_o$. Untuk silinder dengan panjang yang sangat besar dibandingkan dengan diameter, bisa diasumsikan bahwa kalor mengalir hanya dalam arah radial.

Luas area bagi aliran kalor :

$$A_r = 2\pi rL$$

maka:

$$q_r = -kA_r \frac{dT}{dr}$$

atau:

$$q_r = -2\pi krL \frac{dT}{dr} \quad (5-7)$$

dengan kondisi batas:

$$T = T_i \text{ pada } r = r_i$$

$$T = T_o \text{ pada } r = r_o$$

maka:

$$q = \frac{2\pi kL(T_i - T_o)}{\ln(r_o / r_i)} \quad (5-8)$$

dan tahanan termal adalah:

$$R_{th} = \frac{\ln(r_o / r_i)}{2\pi kL}$$

Jika silinder mempunyai dinding berlapis seperti gambar 4, maka:

$$q = \frac{2\pi L(T_1 - T_4)}{\ln(r_2 / r_1) / k_A + \ln(r_3 / r_2) / k_B + \ln(r_4 / r_3) / k_C} \quad (5-9)$$

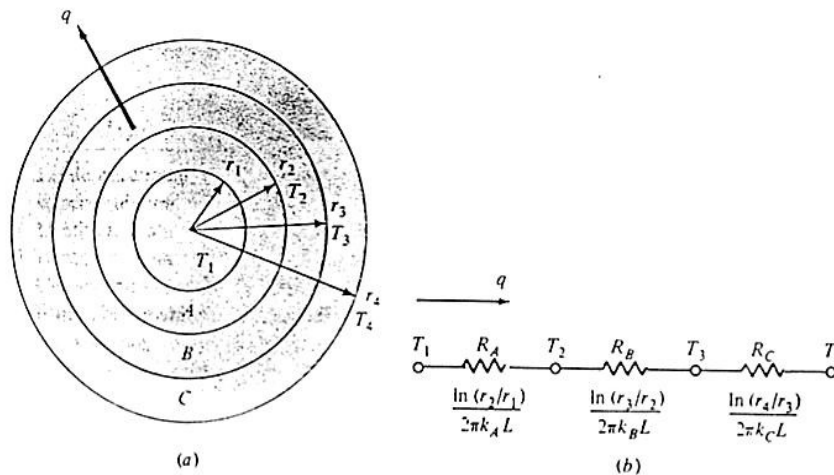


Fig. 2-4 One-dimensional heat flow through multiple cylindrical sections and electrical analog.

Pada sistem bola, sistem bisa dianggap sebagai satu dimensi jika temperatur adalah hanya sebagai fungsi jari-jari. Laju kalor dirumuskan:

$$q = \frac{4\pi k(T_i - T_o)}{1/r_i - 1/r_o} \quad (5-10)$$

Contoh Soal 1:

Dinding eksterior sebuah rumah terbuat dari bata dengan tebal 4 inchi ($k = 0,7 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$) diikuti dengan plester gipsum dengan tebal 1,5 inchi ($k = 0,48 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$). Berapa tebal isolasi rock-wool ($k = 0,065 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$) yang harus ditambahkan untuk mengurangi kerugian kalor (atau penambahan) melalui dinding sebesar 80%?

Jawab:

Kerugian kalor keseluruhan dirumuskan:

$$q = \frac{\Delta T}{\sum R_{th}}$$

Karena kerugian kalor dengan isolasi rock-wool hanya 20% (pengurangan 80%) daripada sebelum isolasi:

$$\frac{q \text{ dengan isolasi}}{q \text{ tanpa isolasi}} = 0,2 = \frac{\sum R_{th} \text{ tanpa isolasi}}{\sum R_{th} \text{ dengan isolasi}}$$

Kita punya bata dan plester, untuk satuan luas,

$$R_b = \frac{\Delta x}{k} = \frac{(4)(0,0254)}{0,7} = 0,145 \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$$

$$R_p = \frac{\Delta x}{k} = \frac{(1,5)(0,0254)}{0,48} = 0,079 \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$$

Tahanan termal tanpa isolasi:

$$R = 0,145 + 0,079 = 0,224 \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$$

maka: $R_{\text{dengan isolasi}} = 0,224/0,2 = 1,122 \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$

$$1,122 = 0,224 + R_{rw}$$

$$R_{rw} = 0,898 = \Delta x/k = \Delta x/0,065$$

$$\Delta x = 0,0584 \text{ m} = 2,30 \text{ in}$$

Contoh soal 2:

Tube dinding tebal dari baja anti karat (18% Cr, 8% Ni, $k = 19 \text{ W/m} \cdot \text{C}$) dengan diameter dalam 2 cm dan diameter luar 4 cm ditutup dengan isolasi asbestos setebal 3 cm ($k = 0,2 \text{ W/m} \cdot \text{C}$). Jika temperatur dinding dalam pipa dijaga $600 \text{ }^\circ\text{C}$, hitunglah kerugian kalor per meter panjang.

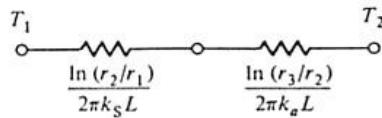
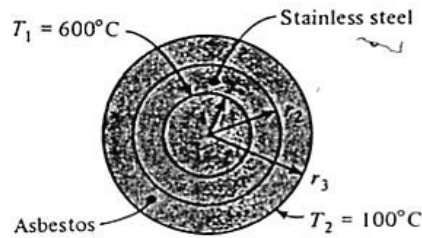


Fig. Ex. 2-2

Jawab

Gambar memperlihatkan jaringan termal untuk soal ini. Aliran kalor adalah :

$$\frac{q}{L} = \frac{2\pi (T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)/k_b + \ln(r_3/r_2)/k_a} = \frac{2\pi (600 - 100)}{(\ln 2)/19 + (\ln 5/2)/0,2} = 680 \text{ W/m}$$

Koefisien Perpindahan Kalor Keseluruhan

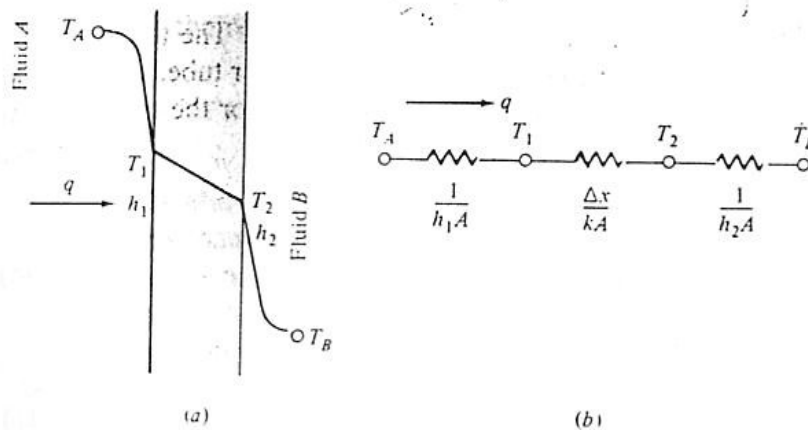


Fig. 2-5 Overall heat transfer through a plane wall.

Perpindahan kalor:

$$q = h_1 A (T_A - T_2) = \frac{kA}{\Delta x} (T_1 - T_2) = h_2 A (T_2 - T_B)$$

Perpindahan kalor bisa dituliskan dengan tahanan termal seperti pada gambar diatas sehingga :

$$q = \frac{T_A - T_B}{1/h_1 A + \Delta x/kA + 1/h_2 A} \quad (5-12)$$

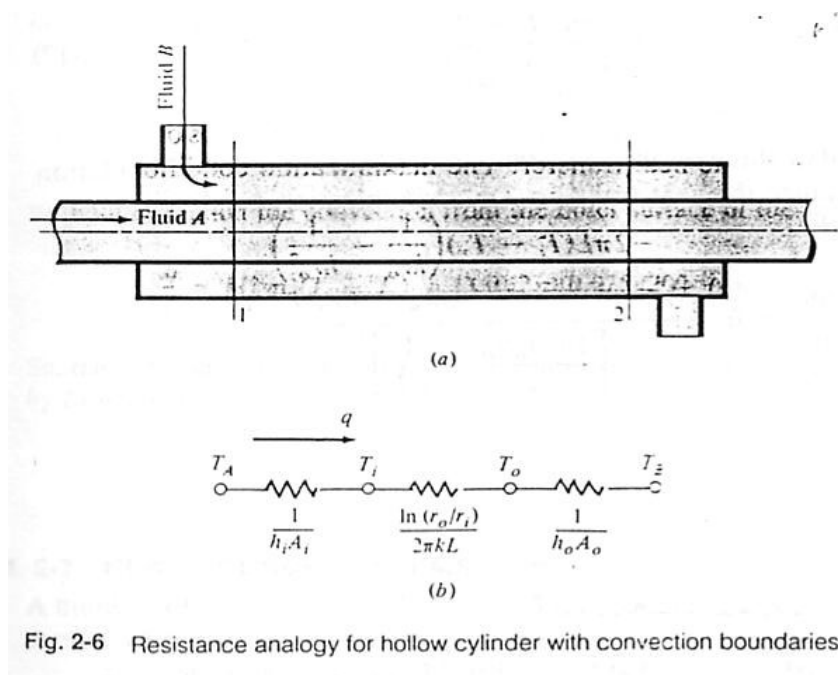
Persamaan diatas secara umum ditulis:

$$q = UA \Delta T_{\text{keseluruhan}} \quad (5-13)$$

dimana U adalah koefisien perpindahan kalor keseluruhan.

$$U = \frac{1}{1/h_1 + \Delta x/k + 1/h_2}$$

Untuk Silinder berlobang :



Perpindahan kalor keseluruhan:

$$q = \frac{T_A - T_B}{1/h_i A_i + \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi kL} + 1/h_o A_o} \quad (5-14)$$

dimana notasi i untuk bagian dalam pipa dan o untuk bagian luar pipa.

Koefisien perpindahan kalor keseluruhan berdasarkan luar permukaan dalam:

$$U = \frac{1}{1/h_i + \frac{A_i \ln(r_o/r_i)}{2\pi kL} + \frac{A_i}{A_o} \frac{1}{h_o}} \quad (5-15)$$

dan berdasarkan luar permukaan luar:

$$U = \frac{1}{\frac{A_o}{A_i} \frac{1}{h_i} + \frac{A_o \ln(r_o/r_i)}{2\pi kL} + \frac{1}{h_o}} \quad (5-16)$$

Tebal Kritis Isolasi

Misalkan sebuah lapisan isolasi dipasang di sekeliling pipa bulat seperti gambar 7. Perpindahan kalor yang terjadi adalah:

$$q = \frac{2\pi L(T_i - T_\infty)}{\frac{\ln(r_o/r_i)}{k} + \frac{1}{r_o h}} \quad (5-17)$$

dimana: T_i = Temperatur dalam isolasi

T_∞ = Permukaan yang berhubungan dengan lingkungan secara konveksi.

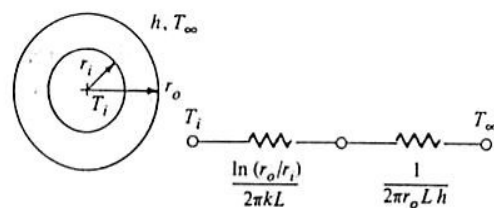


Fig. 2-7 Critical insulation thickness.

Kondisi maksimal adalah:

$$\frac{dq}{dr_o} = 0 = \frac{-2\pi L(T_i - T_\infty) \left(\frac{1}{kr_o} - \frac{1}{hr_o^2} \right)}{\left[\frac{\ln(r_o/r_i)}{k} + \frac{1}{r_o h} \right]^2}$$

dan :

$$r_o = \frac{k}{h} \tag{5-18}$$

SISTEM DENGAN SUMBER PANAS

Bidang Datar Dengan Sumber Panas

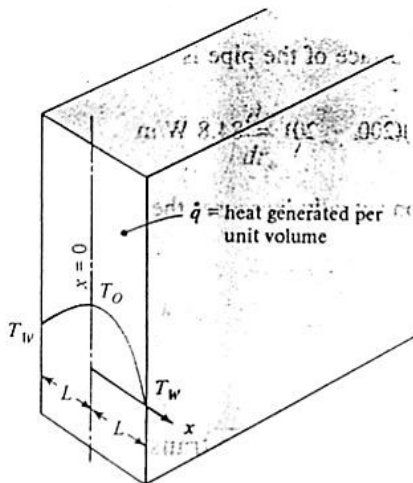


Fig. 2-8 Sketch illustrating one-dimensional conduction problem with heat generation.

Tebal dinding pada arah sumbu x adalah $2L$, dan diasumsikan bahwa dimensi pada arah yang lainnya cukup besar sehingga perpindahan kalor dianggap satu dimensi. Dengan menganggap konduktivitas termal tidak berubah terhadap temperatur:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q}{k} = 0 \tag{5-19}$$

dimana : q = kalor yang dibangkitkan per satuan volume

Kondisi batas :

$$T = T_w \quad \text{pada } x = \pm L$$

Persamaan 5-19 diintegrasikan menjadi:

$$T = -\frac{q}{2k}x^2 + C_1x + C_2 \quad (5-20)$$

Karena temperatur harus sama dikedua sisi dinding, C_1 mesti nol. Temperatur pada bidang tengah adalah T_0 dan dari persamaan 5-10:

$$T_0 = C_2$$

Maka distribusi temperatur menjadi:

$$T - T_0 = -\frac{q}{2k}x^2 \quad (5-21a)$$

atau :

$$\frac{T - T_0}{T_w - T_0} = \left(\frac{x}{L}\right)^2 \quad (5-21b)$$

Persamaan diatas adalah persamaan parabola.

Pada kondisi stedi, energi total yang dibangkitkan sama dengan panas yang hilang di permukaan. Maka:

$$2\left(-kA\frac{dT}{dx}\right)_{x=L} = qA2L$$

dimana A adalah luas penampang pelat. Gradien temperatur pada dinding diperoleh dengan mendiferensialkan persamaan 5-21b:

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} = (T_w - T_0)\left.\left(\frac{2x}{L^2}\right)\right|_{x=L} = (T_w - T_0)\frac{2}{L}$$

sehingga:

$$-k(T_w - T_0)\frac{2}{L} = qL$$

dan
$$T_0 = \frac{qL^2}{2k} + T_w \quad (5-22)$$

Persamaan untuk distribusi temperatur bisa juga ditulis dalam bentuk alternatif:

$$\frac{T - T_w}{T_0 - T_w} = 1 - \frac{x^2}{L^2} \quad (5-21c)$$

Silinder Dengan Sumber Panas

Jika silinder sangat panjang, maka temperatur bisa dianggap hanya sebagai fungsi jari-jari, dan persamaannya adalah:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{q}{k} = 0 \quad (5-23)$$

Kondisi batas :

$$T = T_w \quad \text{pada } r = R$$

Dan kalor yang dibangkitkan sama dengan kehilangan panas pada permukaan:

$$q\pi R^2L = -k2\pi RL \left. \frac{dT}{dr} \right]_{r=R}$$

Karena fungsi temperatur mesti kontinyu pada pusat silinder, kita bisa nyatakan:

$$\frac{dT}{dr} = 0 \quad \text{pada } r = 0$$

Dari persamaan 5-23:

$$r \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = -\frac{qr}{k}$$

sedangkan :

$$r \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right)$$

Diintegrasikan menjadi:

$$r \frac{dT}{dr} = \frac{-qr^2}{2k} + C_1$$

dan
$$T = \frac{-qr^2}{4k} + C_1 \ln r + C_2$$

Dari kondisi batas kedua diatas,

$$\left. \frac{dT}{dr} \right]_{r=R} = \frac{-qr}{2k} = \frac{-qR}{2k} + \frac{C_1}{R}$$

sehingga
$$C_1 = 0$$

Dari kondisi batas pertama:

$$T = T_w = \frac{-qR^2}{4k} + C_2 \text{ pada } r = R$$

sehingga:
$$C_2 = T_w + \frac{qR^2}{4k}$$

Jawabab akhir distribusi temperatur adalah:

$$T - T_w = \frac{q}{4k}(R^2 - r^2) \tag{5-24a}$$

atau dalam bentuk tak berdimensi:

$$\frac{T - T_w}{T_0 - T_w} = 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \tag{5-24b}$$

dimana T_0 adalah temperatur pada $r = 0$ dan diberikan oleh :

$$T_0 = \frac{qR^2}{4k} + T_w \tag{5-25}$$

Untuk silinder berlobang dengan sumber panas yang terdistribusi merata, kondisi batas adalah:

$$T = T_i \text{ pada } r = r_i \text{ (permukaan dalam)}$$

$$T = T_o \text{ pada } r = r_o \text{ (permukaan luar)}$$

Persamaan umum tetap:

$$T = -\frac{qr^2}{4k} + C_1 \ln r + C_2$$

Penerapan kondisi batas yang baru menghasilkan:

$$T - T_o = \frac{q}{4k}(r_o^2 - r^2) + C_1 \ln \frac{r}{r_o} \quad (5-26)$$

dimana konstanta C_1 adalah :

$$C_1 = \frac{T_i - T_o + q(r_i^2 - r_o^2)/4k}{\ln(r_i/r_o)} \quad (5-27)$$

Contoh soal 3:

Arus listrik sebesar 200 A dilewatkan ke sebuah kawat baja tahan karat ($k = 19 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) yang berdiameter 3 mm. Tahanan baja adalah $70 \mu\Omega\cdot\text{cm}$ dan panjang kawat 1m. Kawat dicelupkan kedalam cairan yang bersuhu 110°C dan mengalami perpindahan kalor dengan koefisien $4 \text{ kW/m}^2\cdot^\circ\text{C}$. Hitunglah temperatur pada pusat kawat.

Jawab:

Semua daya yang dibangkitkan kawat mesti dikeluarkan secara konveksi ke cairan:

$$P = I^2 R = q = hA(T_w - T_\infty)$$

Tahanan kawat dihitung dari:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{(70 \times 10^{-6})(100)}{\pi (0,15)^2} = 0,099 \Omega$$

dimana ρ adalah resistivitas kawat. Luas permukaan kawat adalah $\pi \cdot dL$. sehingga:

$$(200)^2(0,099) = 4000 \pi(3 \times 10^{-3})(1)(T_w - 110) = 3960 \text{ W}$$

dan $T_w = 215^\circ\text{C}$

Kalor yang dibangkitkan per satuan volume q dihitung dari:

$$P = qV = q\pi r^2 L$$

sehingga:

$$q = \frac{3960}{\pi(1,5 \times 10^{-3})^2(1)} = 560,2 \text{ MW/m}^3$$

Terakhir, temperatur pusat kawat dihitung dengan:

$$T_0 = \frac{qr_0^2}{4k} + T_w = \frac{(5,602 \times 10^8)(1,5 \times 10^{-3})^2}{(4)(19)} + 215 = 231,6 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Sistem Konveksi-Konduksi

Kalor yang dikonduksikan ke suatu benda secara berkala mesti dibuang dengan proses konveksi. Contohnya, kerugian kalor secara konduksi melalui dinding tanur tinggi mesti dilepaskan ke lingkungannya secara konveksi.

Perhatikan gambar 9 berikut ini:

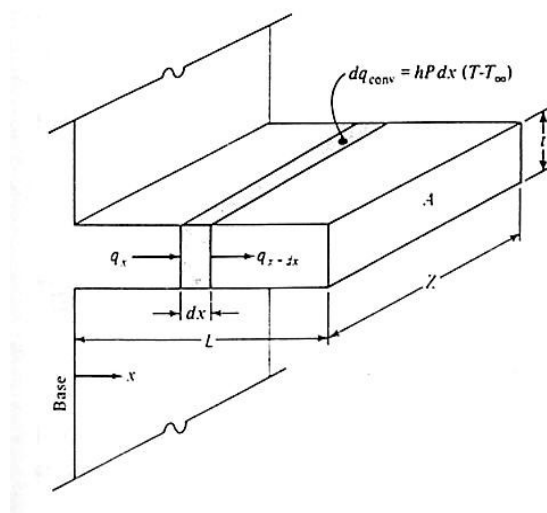


Fig. 2-9 Sketch illustrating one-dimensional conduction and convection through a rectangular fin.

Energi masuk pada muka kiri = Energi keluar pada sisi kanan + kehilangan energi karena konveksi

Rumus perpindahan kalor konveksi:

$$q = h.A (T_w - T_{\infty}) \quad (5-28)$$

dimana luas permukaan adalah luas permukaan untuk konveksi dan P adalah perimeter.